

§7. Exkurs zur Geschichte

① Lineare Gleichungen uralt (Vorgeschichte)
ohne daß math. Notation oder Formalismus
notig waren

- 3000 bis - 2500 vermutlich Entwicklung
der Schrift (Mesopotamien), Ent-
wicklung von Zahlssystemen

② "Babylon" (Sumerer, Akkader, Hethiter,
Assyrer...)

- 1700 Hammurabi (Geschichte)

Ausgebauenes Sexagesimalsystem, qua-
dratische Gleichungen, einige kubische
Gleichungen, lineare Systeme, Systeme
aus quad (kub) + linear.

In der Regel Listen: Aufgabe \rightarrow Lösung
ohne Begründung (aber was haben
die Mathematiker gesagt, distribut?)
Ganz selten eine allgemeine Regel.

Lineare Systeme (sehr geschickt be-
handelt) & Gleichungen mit 2 Unbekannten

Problem (von uns aus gesehen) negativ Z.,
komplexe Z. unbekannt.

Beweisung. Entzifferung des Keilschrift,
Beginn durch G.F. Grotefend, 1802, Göttingen

- ③ Pythagoräer ca. -500 Unteritalien
Die 3 klassischen algebraische Probleme
→ Würfelverdoppelung } mit Zirkel
→ Kreisquadrat } u. Lineal
→ Winkelverdoppelung }

Aber noch nicht als algebraische Probleme
erkannt!

- ④ lange Zeitlücke, keine Dokumente
arabische Algebra
Al Khwārizmī ca 850

systematische Darstellung lini + quadr
Gleichungen (müßte aber
Vorgänger gehabt haben u)

- ⑤ Zerfall Italienische Renaissance
16. Jhd.

Kulturbelle Blüte (Michelangelo, Leonardo,
Bramante), politische / moralische
Degeneration (besessene Krone, Kirche)

Lösung 3.4. Grades durch Radikale

Scipione del Ferro
Girolamo Geronimo Cardano 1501-1576
Niccolo Tartaglia Ars magna
Luclovico Ferraro

Ger. Cardano \rightsquigarrow komplexe \mathbb{C} .
 \rightsquigarrow Wahrscheinlich Realkonstruktion

Mediziner, Mathematiker, Autobiographie
„Des G.C. eigene Lebensbeschreibung“

⑤ Lösungsformeln für höhere Grade: Problem

J.-L. Lagrange 1736-1813 (Turin, Berlin, Paris)
analysiert die Fälle 3 und 4. Bemerkte:
es sind die Beziehungen zwischen den
„virtuellen“ Wurzeln der Gleichung, die
entscheiden: Was passiert, wenn man
Wurzeln vertauscht? Es erkennt die
Rolle der \mathcal{D}_3 und \mathcal{D}_4 ; vom heutigen
Standpunkt aus: ihm ist die
Galoisgruppe \mathcal{D}_n der „allgemeinen
Gleichung n -ten Grades“ bekannt.
Für $n=5$ merkte er, daß alles so
unübersichtlich wurde (stimmt!),
daß er keine Lust hatte weiterzumachen.

Lagrange - ~~Traktat~~ de la résolution... Note
sur la théorie des équations algébriques 1770

⑦ Endgültige Lösung

N.H. Abel 1802-1829 \rightarrow Gleichungen 5.
Grad un lösbar

⑧ E. Galois 1811-1832

Publikationen

1828	Kettenbrüche
1830	Note mit Ergebnissen (ohne Beweis)
1830	Note über numerische Lösung von Gleichungen
1830	Endliche Körper

nicht veröffentlicht:

„Lösbarkeitskriterium für alg Gleichungen“
(Galois Theorie)

Mai 1829 } \rightarrow Akademie \rightarrow Cauchy,
Juni Fowier \rightarrow verloren

Jan 1831 \rightarrow neue Schrift \rightarrow Akademie
 \rightarrow Poisson, Lacroix
abgelehnt, unversändlich

Zusammenfassung aller seiner Ergebnisse,
nicht nur Galoistheorie:

- $GL(n, \mathbb{F}_p)$
- $PGL(2, p)$ als einfache Gruppe ($p \neq 2, 3$)
- A_n " "
- Galoistheorie
- Abel'sche Satz

in einem Abschiedsbrief an A. Chevalier

1843 Wiederentdeckung Galois durch
Liouville

1846 Veröffentlichung durch Liouville

⇒ immenser Einfluß bis heute

Biographie Galois

*1811 Bourg la Reine; Vater Bürgermeister,
politische Republikaner

Privatunterricht bei seiner Mutter bis zum 9.,
dann zum 11. Lebensjahr

Eintritt in Lycée Louis le Grand (Paris)
zunächst brillante Leistungen, aber
Probleme mit den Lebensbedingungen
im Internat (zu knapp!). Abhärtung,
Disziplin als wichtige päd. Ziele des Leb!

Mit ca 14 Jahren faßt er mit Mathematik an;
Lektüre von Legendre (Zahlentheorie), Lagrange
(notes sur les équ. algébriques). Desinteresse
an allen anderen Fächern, daher widersprüchliche
Beurteilungen: „genial“ bis „ziemlich dumm“.
Besteht mit Mühe das Abitur (bac) 1829,
verfehlt 2x die Aufnahmeprüfung an die
Ecole Polytechnique, tritt in die
ENS (l'école préparatoire) ein.

1829 sind seine Arbeiten für die Akademie
verschlampt worden → Reaktion von G.:
frech, faul, arrogant. Henri Freule
im Lycée. Sehr positiver Einfluß

durch Math. Lehmann Louis Richasdel ...

An der Ec prep Freundschaft mit Auguste Chevalier.

1829 Tod des Vaters, Verleumdung ...
Paris 1820-30 unangenehmer Ort ...

An der Ec prep stürzt er sich in politische
Betätigung (Republikaner) ~ heftige
Schwierigkeiten, flieht 1830 von der
Schule wegen ~~dem~~ offenen Briefes mit
Angriffen auf den Direktor ...

Zwei Gefängnisaufenthalte, näselhaftes
Duell 1832 ~ Tod im Duell

Bemerkenswert sei Abschiedsbrief am Vor-
abend des Duells: H. Weyl:

Ich wage die Behauptung, daß dieser
Brief, auf die Originalität und die
Tiefe der darin niedergelegten Ideen
hin beweist, das wichtigste Stück
Literatur ist, das wir besitzen

H. Weyl

Im Gefängnis eine bemerkenswerte Einleitung
in sein Werk:

zunächst Angriff auf seine Kritiker ...
dann aber: Rolle von Rechnungen,
Rolle konzeptueller Mathematik,
"l'élégance dans les maths ..."
"ici on fait l'analyse de l'analyse"

Blut in die Zukunft der Mathematik -
von einem 20-jährigen Genie.

1843 Wiederentdeckung durch Liouville

1846 Ausgabe des Nachlasses

⇒ Galois Theorie als wesentlicher
Bestandteil der Mathematik, Rolle
wird aber die Algebra hinaus.

"Eine unerhörte Fröhlichkeit, verbunden
mit einem nicht zu bändigenden Temperament,
das sich kaum Bremsung, kaum Regel
fügen wollte, ..., lassen ihn als einen
typischen Vertreter des ungeordneten,
echt französischen Geistes erscheinen."

(:)

F. Klein ~~1872~~

Fasgeant:

Tragödie

sagt aber Klein was aus,
nicht aber Galois