

מרחבי וקטורים - תרגילים

sefile@math.huji.ac.il

מספר תלמידי: 318
מספר קורס: 318

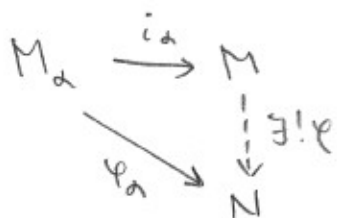
הקורס מיועד לתלמידי מתמטיקה ופיזיקה, ויש להם יסודות באלגברה ליניארית.

הקורס יעסוק במרחבי וקטורים, פונקציות ליניאריות, ופולינומים.

תרגיל 1

יהי $\{M_\alpha\}_{\alpha \in A}$ משפחה של מרחבי וקטורים. יהי M מרחב וקטורים ויהי $\{i_\alpha: M_\alpha \rightarrow M\}_{\alpha \in A}$ משפחה של פונקציות ליניאריות. יהי $\varphi: M \rightarrow N$ פונקציה ליניארית. נגדע $\varphi_\alpha = \varphi \circ i_\alpha$.

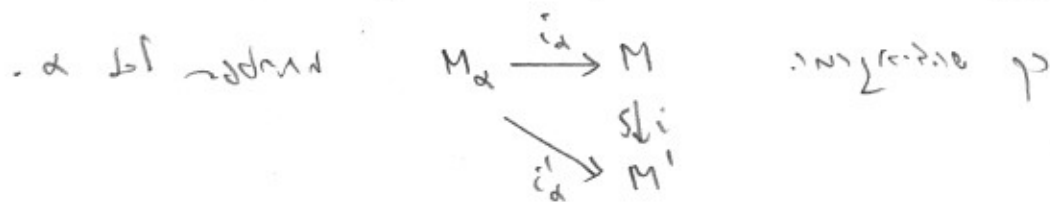
אם φ היא פונקציה ליניארית, אז φ_α היא פונקציה ליניארית לכל α .



יש להוכיח כי $\varphi_\alpha = \varphi \circ i_\alpha$ לכל α .

1) יהי $v \in M_\alpha$. אז $\varphi_\alpha(v) = \varphi(i_\alpha(v))$.

2) יהי $v \in M$. אז $v = \sum i_\alpha(v_\alpha)$ עבור $v_\alpha \in M_\alpha$. אז $\varphi(v) = \varphi(\sum i_\alpha(v_\alpha)) = \sum \varphi(i_\alpha(v_\alpha)) = \sum \varphi_\alpha(v_\alpha)$.



3) יהי $\{M'_\alpha\}_{\alpha \in A}$ משפחה של מרחבי וקטורים. יהי $\varphi: M \rightarrow M'$ פונקציה ליניארית. נגדע $\varphi'_\alpha = \varphi \circ i'_\alpha$. אז $\varphi'_\alpha = \varphi \circ i'_\alpha$ לכל α .

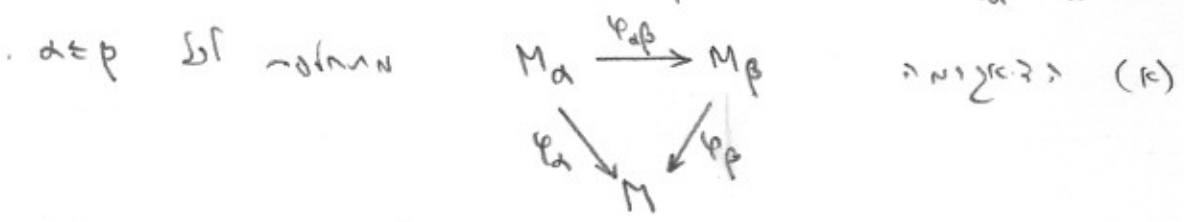
$$\bigoplus_a M_a \xrightarrow{\sim} \prod_a M_a \quad \text{רשומה 1.0.10 (3)}$$

דוגמה 2

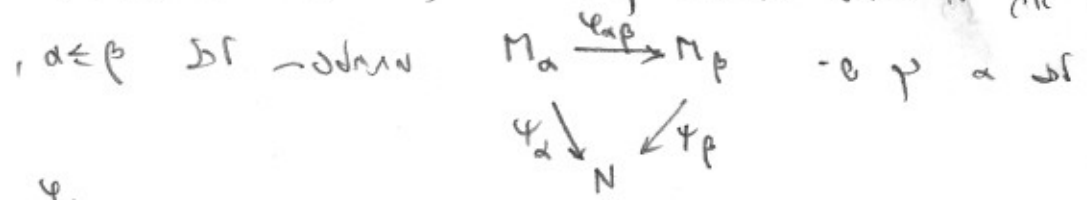
$\{M_\alpha\}_{\alpha \in I}$ היא קבוצת מודולים של R ו- I אינדקס. נניח שיש פונקציה $\varphi_{\alpha\beta}: M_\alpha \rightarrow M_\beta$ עבור $\alpha, \beta \in I$.

- (1) $I \ni \alpha$ של $\varphi_{\alpha\alpha} = \text{id}_{M_\alpha}$
- (2) $\alpha, \beta \in I$ של $\varphi_{\alpha\gamma} = \varphi_{\beta\gamma} \circ \varphi_{\alpha\beta}$

נניח שיש פונקציה $\varphi_\alpha: M_\alpha \rightarrow M$ עבור $\alpha \in I$.



$\varphi_\alpha: M_\alpha \rightarrow N$ (רשומה 1.0.10) היא פונקציה מ- M_α ל- N עבור $\alpha \in I$.



(2) $\varphi_\alpha: M_\alpha \rightarrow N$ היא פונקציה מ- M_α ל- N עבור $\alpha \in I$.

$\bigoplus_a M_a$ היא קבוצת מודולים של R .

(3) $\varphi_\alpha: M_\alpha \rightarrow N$ היא פונקציה מ- M_α ל- N עבור $\alpha \in I$.

(4) $\varphi_\alpha: M_\alpha \rightarrow N$ היא פונקציה מ- M_α ל- N עבור $\alpha \in I$.

$$\bigoplus_a M_a$$

(5) $M_1 \subset M_2 \subset \dots$ היא סדרת מודולים של R .

$\{M_i\}_{i \in J}$ היא קבוצת מודולים של R ו- J אינדקס.